EXERCICE N°1: (4 points)

Pour chacune des questions du QCM ci - dessous, une seule des trois réponses proposées est exacte. Indiquer sur votre copie les références de la réponse qui vous semble correcte. (Aucune justification n'est demandée).

I) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère:

- le point E du cercle $\mathscr{C}$ de centre O et de rayon 2 et $\widehat{(\vec{u}\,;\overrightarrow{OE})} \equiv \frac{2\pi}{3}\ [2\pi]$. On notera z_E son affixe.
- les deux points A et B d'affixes respectives: 2 et (-2)

1°) $z_E = \ldots\ldots$

(a) $1+i\sqrt{3}$; (b) $-2+i2\sqrt{3}$; (c) $-1+i\sqrt{3}$

2°) z_E est une solution dans $\mathbb{C}$ de l'équation :

(a) $Z^3 = 8$; (b) $Z^3 = -8$; (c) $Z^3 = 8i$

3°) L'ensemble de points M d'affixe z tel que $\frac{z-2}{z+2}$ est imaginaire est :

(a) $\mathscr{C}$ privé de A ; (b) $\mathscr{C}$ privé de B ; (c) $\mathscr{C}$ privé de A et B.

4°) L'ensemble de points M d'affixe z tels que $\operatorname{Arg}\left(\frac{z-2}{z+2}\right) = \frac{\pi}{2} + k\pi$, $(k \in \mathbb{Z})$ est :

(a) $\mathscr{C}$ privé de A ; (b) $\mathscr{C}$ privé de B ; (c) $\mathscr{C}$ privé de A et B.

II) f est la fonction définie sur $[0, +\infty[$ par $f(x) = -x+\sqrt{x}$ alors sur $\left[\frac{1}{4}, +\infty\right[$, f est:

a) strictement croissante b) strictement décroissante c) non monotone

EXERCICE N°2: (5 points)

Un sac contient cinq jetons blancs et quatre jetons noirs.

1) On tire simultanément trois jetons.

a) Déterminer le nombre de tirages possibles.

b) Déterminer le nombre de tirages donnant un seul jeton noir.

c) Au moins un jeton blanc.

2) On tire successivement et sans remise trois jetons du sac.

a) Déterminer le nombre de tirages possibles

b) Déterminer le nombre de tirages donnant au moins deux jetons blancs.

EXERCICE N°3 : (7 points)

Soit f la fonction définie sur IR par: $f(x) = -x^3 + x^2 - 4.x + 1$

1°) a) Calculer les limites de f aux bornes de son domaine de définition.

b) Montrer que f est dérivable sur IR puis calculer sa fonction dérivée.

c) Dresser le tableau de variations complet de f.

2°) a) Montrer que l'image par f de chacun des intervalles $]-\infty, -1[$, $[-1,1]$ et $]1, +\infty[$ est un intervalle qu'on déterminera en se servant de f(1), f(-1) et du tableau de variations de f.

b) Montrer alors que l'équation f(x) = 0:

i) n'a pas de solution dans chacun des intervalles $]-\infty, -1[$ et $]1, +\infty[$

ii) possède une solution unique dans l'intervalle $[-1,1]$ qu'on notera α. Prouver que $-\frac{1}{2} < \alpha$.

c) déduire le tableau de signes de f(x).

3°) Dans cette question, on suppose qu'il existe une fonction g:

- Définie sur $\left]-\frac{1}{2},+\infty\right[$
- dont la courbe représentative admet la droite D : $x = -\frac{1}{2}$ comme asymptote verticale
- et dont la dérivée $g'(x) = \frac{f(x)}{(2.x+1)^2}$

Consigner dans le tableau de variations de g le maximum possible d'informations qu'on peut tirer des questions précédentes: signe de g'(x), variations de g, limite de g à droite en $-\frac{1}{2}$.

EXERCICE N°4 : (4 points)

.Pour tout réel x, on pose : $f(x) = 2.\sin(2x) + \sqrt{2}(\cos x - \sin x)$

1°) Montrer que pour tout réel x, on a:

a) $\sin(2x) = 1 - 2.\sin^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$

b) $\cos x - \sin x = \sqrt{2}.\sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$

2°) En déduire que $f(x) = -4.\sin^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right) + 2.\sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) + 2$

3°) a) Résoudre dans IR puis dans $[0,2\pi]$, l'équation : f(x) = 0

b) Résoudre dans $[0,2\pi]$, l'inéquation : $f(x) \leq 0$.